

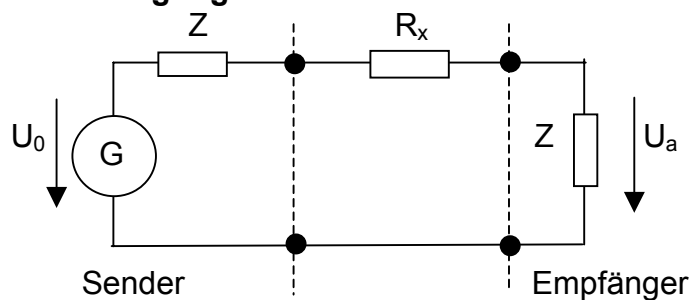


## Messung von Scheinwiderständen mit dem Spektrumsanalysator

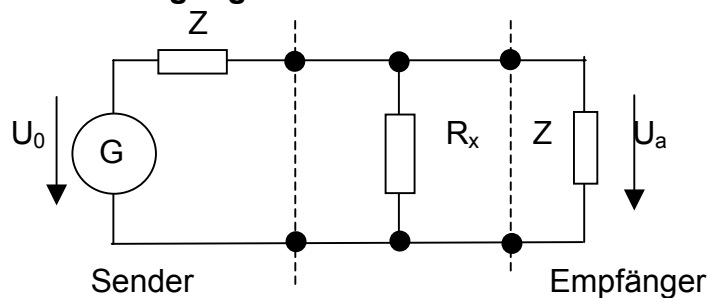
Voraussetzung bei der Ausstattung des Spektrumsanalysators ist ein Mitlaufsender, Trackinggenerator, wie z.B. bei SNA1, oder TSA-1 von W&G.

Es gibt grundsätzlich zwei Schaltungsanordnungen für eine Scheinwiderstandsmessung:

**Serielle Einfügung:**



**Parallele Einfügung:**



Prinzipiell kann man sagen, dass für

**$|R_x| > Z$  die serielle Anordnung und für  
 $|R_x| < Z$  die parallele Anordnung günstiger ist.**

## 1. Serielle Schaltung:

Es ist:

$$U_a := \frac{U_0 \cdot Z}{2 \cdot Z + R_x} = \frac{U_0}{2 + \frac{R_x}{Z}}$$

**Nur, wenn  $R_x / Z \gg 2$**

**d.h. auch  $|R_x| \gg Z$  ist  $R_x$  praktisch proportional zu  $Z$ .**

Dabei kann  $R_x$  auch komplex, oder ein reiner Blindwiderstand sein.

Allerdings führt diese Berechnung bei einem reinen Blindwiderstand (Kapazität)  $|X_c| = 10 Z$  schon zu einem um 18% zu kleinen Widerstand gegenüber einem Ohmschen Widerstand  $R_x = 10Z$ .

Erst ab  $|X_c| = 100Z$  wird der Unterschied kleiner als 2%.

Mit diesem Manko leben alle einfachen Scheinwiderstandsmessbrücken. Man gestaltet sowohl den Sendewiderstand, wie den Empfangswiderstand so klein wie möglich gegenüber  $|R_x|$ . Der Strom durch  $R_x$  ist dann weitgehend proportional zu  $|R_x|$ .

$$|R_x| \approx (U_0/U_a) * Z$$

Damit kann die Messung von  $|R_x|$  auf eine Dämpfungsmessung zurückgeführt werden.

## 2. Parallele Schaltung:

$$U_a := \frac{U_0}{2} \cdot \frac{R_x}{\frac{Z}{2} + R_x} = \frac{\frac{U_0}{2}}{1 + \frac{Z}{2R_x}}$$

Dabei können im Ersatzbild Generator- und Empfängerwiderstand zu  $Z/2$  zusammengefasst und die Generatorleerlaufspannung auf  $U_0/2$  verringert werden.

Es entsteht ein einfacher Spannungsteiler aus:  $Z/2$  und  $R_x$ , gespeist aus  $U_0/2$ .

Auch hier gilt das oben gesagte, nämlich, dass nur dann

$|R_x|$  proportional zu  $Z$  wird, wenn  $Z/2R_x \gg 1$  oder  $R_x \ll Z$  ist.

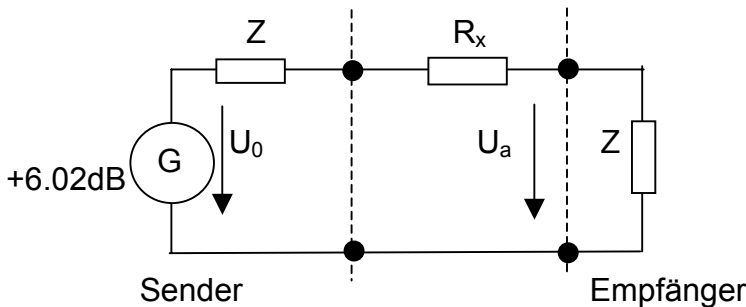
$$U_a/U_0 \approx R_x/Z$$

$$|R_x| \approx U_a/U_0 * Z$$

Praktisch zu messende Werte für  $|R_x|$  liegen in der Größenordnung von 0.01..100Z für ohmsche Widerstände  $R_x$  und reine Blindwiderstände  $|jX|$ . Je näher  $|R_x|$  oder  $|jX|$  dem messgerätebedingten Wert von  $Z$  kommen, umso grösser wird der Messfehler. Es soll mit diesem Artikel eine Berechnungsmöglichkeit gesucht werden, die bei einer Ablesung des Verstärkungswertes  $D$  am Analysator stets zum korrekten  $|R_x|$ -Wert führt.

### 3. Allgemeine Lösung für serielle Einfügung

#### 3.1 Ohmische Einfügung, seriell



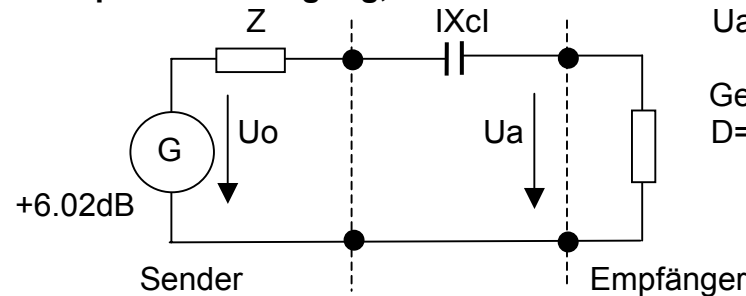
$$U_a/U_0 = Z / (2Z + R_x) = 1 / (2 + R_x/Z)$$

Gemessene Verstärkung:  
 $D = 20 \log[Z / (R_x + 2Z)] + 6.02 \text{ dB}$

Aufgelöst nach  $R_x$  ergibt sich

$R_x = 2Z \cdot (10^{-D/20} - 1)$  oder für ein 75-Ohm-System  **$R_x = 150 \cdot (10^{-D/20} - 1)$**   
 D ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

#### 3.2 kapazitive Einfügung, seriell



$$U_a/U_0 = Z / [\text{SQR}(4Z^2 + X_c^2)]$$

Gemessene Verstärkung  
 $D = 20 \log[Z / \text{SQR}(4Z^2 + X_c^2)] + 6.02 \text{ dB}$

Aufgelöst nach  $X_c$  ergibt sich

$|X_c| = 2Z \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)$  oder für ein 75-Ohm-System  **$|X_c| = 150 \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)$**   
 D ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

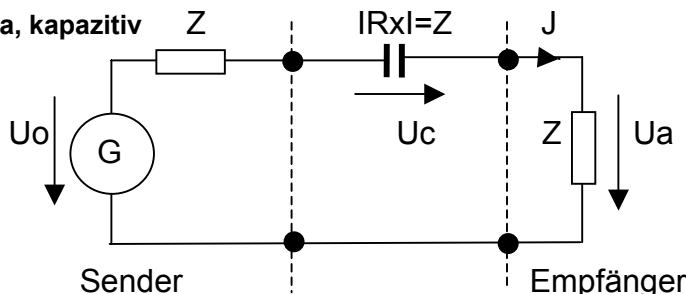
Der zugehörige  $C_x$ -Wert ist von der Frequenz  $f$  abhängig:

$$C_x = 1 / [2 \cdot \pi \cdot f \cdot Z \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)]$$

**$C_x = 1 / [942.48 \cdot f \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)]$ , wobei  $f$  in Hz und  $C$  in F gerechnet wird.**

Beispiele:

Fall a, kapazitiv



$$U_a/U_0 = Z / \text{SQR}(4Z^2 + Z^2) = 1 / (Z \cdot \text{SQR}(5))$$

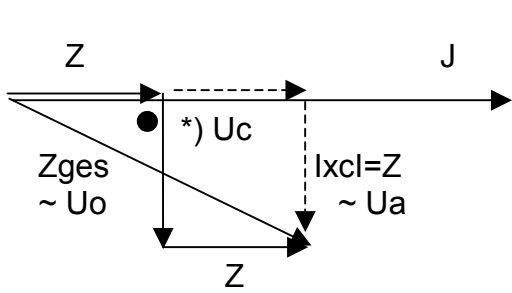
entspr.  $20 \log(\text{SQR}(1/5)) = 10 \log(1/(4+1)) = -6.99 \text{ dB}$   
 Dämpfung gemessen:  
 $D = 6.02 - 6.99 = -0.97 \text{ dB}$

$|X_c| = 2Z \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1) = 2 \cdot 75 \cdot \text{SQR}(10^{-(-0.97/10)} - 1) = 75 \text{ Ohm}$

z.B.  $f = 100 \text{ kHz}$ :

$C_x = 1 / [4 \cdot \pi \cdot f \cdot Z \cdot \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)] = 1 / [942.48 \cdot 1E5 \cdot \text{SQR}(10^{-(-0.97/10)} - 1)] = 21.2 \text{ nF}$

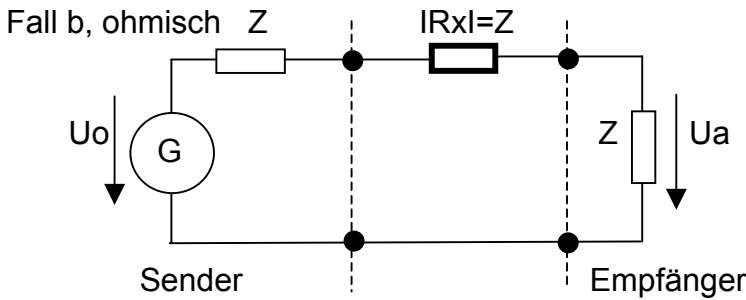
Zeigerdiagramm Fall a: (Widerstandsdiagramm  $\longleftrightarrow$  Spannungsdiagramm)



„ähnlich“

$$U_o/U_a = Z/\sqrt{Z^2 + (2Z)^2} = 1/\sqrt{5}$$

\*)  $U_c$  eilt  $J$  um  $90^\circ$  nach!



$$U_a/U_o = Z/3Z = 1/3$$

entspr.  $20\log(1/3) = -9.54\text{dB}$   
 Dämpfung gemessen:  
 $D = 6.02 - 9.54 = -3.52\text{dB}$

$$R_x = 2Z \cdot (10^{-D/20} - 1) = 2 \cdot 75 \cdot (10^{-(-3.52)/20} - 1) = 75 \text{ Ohm}$$

### 3.3 Induktive Einfügung,seriell

Die Berechnung erfolgt sinngemäss wie bei der kapazitiven Einfügung:

$$|X_L| = 2Z \cdot \sqrt{10^{-D/10} - 1} \text{ oder für ein 75-Ohm-System } |X_L| = 150 \cdot \sqrt{10^{-D/10} - 1}$$

$D$  ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

Der zugehörige  $L_x$ -Wert ist von der Frequenz  $f$  abhängig:

$$L_x = Z \cdot \sqrt{10^{-D/10} - 1} / (\pi \cdot f), \text{ oder bei einem 75Ohm-System}$$

$$L_x = 23.87 \sqrt{10^{-D/10} - 1} / f, \text{ wobei } f \text{ in Hz und } L \text{ in H gerechnet wird.}$$

Beispiel:

$$|R_x| = |X_L| = Z$$

$D = -0.97\text{dB}$  (wie bei kapazitiver Einfügung!)

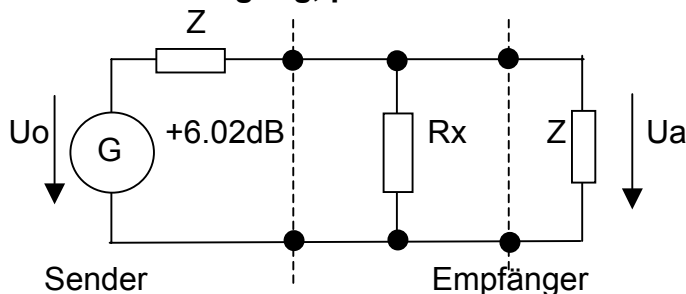
$$|X_L| = 150 \cdot \sqrt{10^{0.97/10} - 1} = 75\text{Ohm}$$

$f = 100\text{kHz}$

$$L_x = 23.87 \sqrt{10^{0.97/10} - 1} / 100000 = 119.4\text{E-6 entspr. } 119.4 \mu\text{H}$$

## 4. Allgemeine Lösung für parallele Einfügung

### 4.1 Ohmische Einfügung, parallel



$$U_a/U_o = R_x / (R_x + Z/2) = 1 / (1 + Z/2R_x)$$

$$D = -6.02 + 20\log(1/(1 + Z/2R_x)) = 20\log(1/(1 + Z/2R_x))$$

Aufgelöst nach  $R_x$  ergibt sich

$$R_x = Z/2 \cdot 1 / (10^{-D/20} - 1) \text{ oder für ein 75-Ohm-System } R_x = 37.5 \cdot 1 / (10^{-D/20} - 1)$$

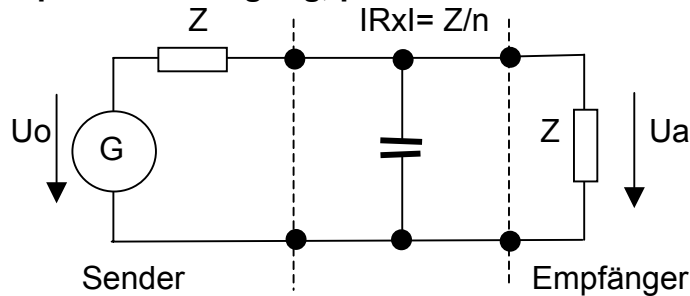
$D$  ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

Beispiel:  $R_x = Z$

$$D = 20 \log(1/(1 + Z/2Z)) = 20 \log(2/3) = -3.52 \text{ dB}$$

$$R_x = 37.5 * (1/(10^{3.52/20} - 1)) = 37.5 * 2 = 75 \text{ Ohm}$$

#### 4.2 kapazitive Einfügung, parallel



$$Z_{\text{ges}} = \text{SQR}\{(Z/2)^2 + (IR_{xl})^2\}$$

$$2U_a/U_o = (IR_{xl})/Z_{\text{ges}}$$

gemessene Dämpfung:  
 $D = -10 \log(1 + Z^2/4R_x^2)$

Aufgelöst nach  $X_c$  ergibt sich

$$|X_{cl}| = (Z/2) / \text{SQR}(10^{-D/10} - 1) \text{ oder für ein 75-Ohm-System}$$

$$|R_{xl}| = |X_{cl}| = \underline{\underline{37.5 / \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)}}$$

$D$  ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

Der zugehörige  $C_x$ -Wert ist von der Frequenz  $f$  abhängig:

$$C_x = \text{SQR}(10^{-D/10} - 1) / \pi * f * Z$$

$$\underline{\underline{C_x = \text{SQR}(10^{-D/10} - 1) / (235.41 * f)}}, \text{ wobei } f \text{ in Hz und } C \text{ in F gerechnet wird.}$$

Beispiel:  $|R_{xl}| = |X_{cl}| = Z$

$$D = -10 \log(1 + Z^2/4Z^2) = -10 \log(5/4) = -0.969 \text{ dB}$$

$$|R_{xl}| = |X_{cl}| = 37.5 \text{ SQR}(10^{0.969/10} - 1) = 37.5 * 2 = 75 \text{ Ohm}$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$

$$C_x = \text{SQR}(10^{0.969/10} - 1) / (235.41 * 100000) = 21 \text{ E-12 entspr. } 21 \text{ nF}$$

#### 4.3 Induktive Einfügung, parallel

Die Berechnung erfolgt sinngemäss wie bei der kapazitiven Einfügung

$$|X_{lL}| = (Z/2) / \text{SQR}(10^{-D/10} - 1) \text{ oder für ein 75-Ohm-System}$$

$$|R_{xl}| = |X_{lL}| = \underline{\underline{37.5 / \text{SQR}(10^{-D/10} - 1)}}$$

$D$  ist dabei die gemessene Verstärkung einschl. Vorzeichen

Der zugehörige  $L_x$ -Wert ist von der Frequenz  $f$  abhängig:

$$L_x = (Z/4) / (\text{SQR}(10^{-D/10} - 1) * \pi * f), \text{ oder bei einem 75 Ohm-System}$$

$$\underline{\underline{L_x = 5.968 / (\text{SQR}(10^{-D/10} - 1) * f)}}, \text{ wobei } f \text{ in Hz und } L \text{ in H gerechnet wird.}$$

Beispiel:  $|R_{xl}| = |X_{lL}| = Z$

$$D = -10 \log(1 + Z^2/4Z^2) = -10 \log(5/4) = -0.969 \text{ dB}$$

$$|R_{xl}| = |X_{lL}| = 37.5 / \text{SQR}(10^{0.969/10} - 1) = 37.5 * 2 = 75 \text{ Ohm}$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$



$$L_x = 5.968 / (\text{SQR}(10^{-D/10} - 1) * 100000) = 119.4E-6 \text{ entspr. } 119\mu\text{H}$$

**5. Dämpfungsanstiege >20dB/Dek.**

Auf die Berechnung bei Dämpfungsanstiegen >20dB/Dek. wird bewußt verzichtet, weil einerseits die zu erzielende Genauigkeit mit steilerem Dämpfungsanstieg gering wird (Ableseung am Spektrumsanalysator schwierig) und andererseits steilere Anstiege als 20 dB/Dek. meist nur nahe bei Resonanzstellen auftreten. Die Steigung nimmt 3dB vor und nach der Resonanzstelle auf 10dB/Dek. ab und wird exakt in der Resonanz zu 0dB/Dek. Damit können die dabei auftretenden IRxl-Werte mit den vorstehend aufgeführten Formeln für "ohmsche Einfügungen" berechnet werden. IRxl entspricht im Maximum einer Parallel- oder Serienresonanz nämlich dem (ohmschen) Resonanzwiderstand.

**6. Interpretation des gemessenen Dämpfungswertes D**

Da alle vorgenannten Berechnungen sich auf die Quellenspannung des Generators (sprich Mitlaufsenders des Spektrumsanalysators) beziehen, ist die tatsächlich gemessene Leistung in dBm um 6.02 dB zu reduzieren. **Ua/Uo ≡ -20dB berechnet, werden als -26dB angezeigt.**

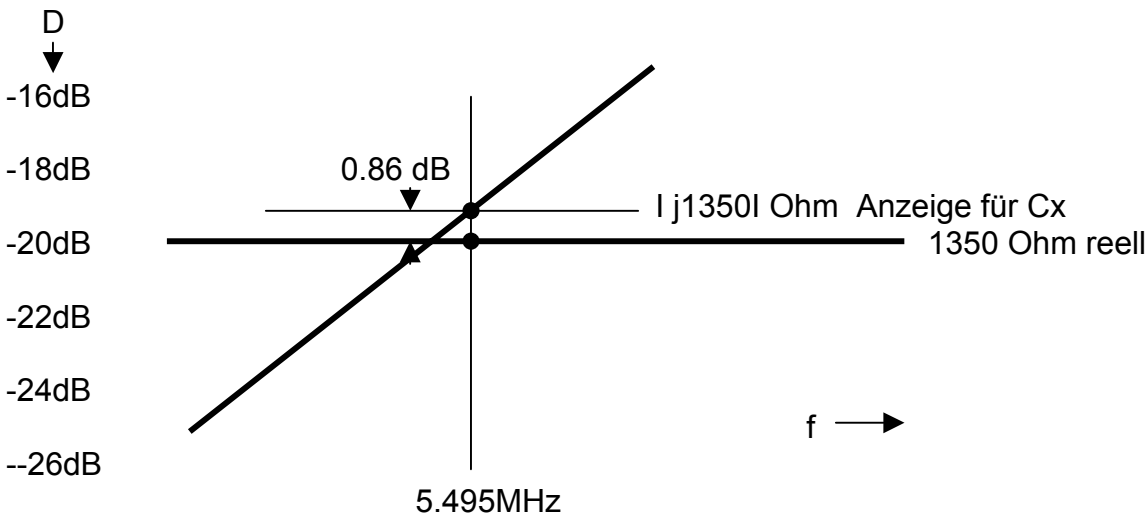
**D = abgelesener Pegelwert (negative Dämpfung)**

**Die Formeln berücksichtigen also den tatsächlich gemessenen Pegelwert**

Beispiel:  
D = -20dB

Ein ohmscher Widerstand Rx seriell errechnet sich hier für Z=75 Ohm zu  
 $R_x = 2Z * (10^{-D/20} - 1) = 2 * 75 * (10^{-(20)/20} - 1) = 2 * 75 * 9 = 1350\text{Ohm}$

Eine reine Kapazität, die den gleichen Betrag |Xc|=1350Ohm bei z.B. f =5.495MHz besitzt, hat den Wert 21.5pF. |jXc|= 1350Ohm würde aber mit  $D = 20\log[Z/\text{SQR}(4Z^2 + X_c^2)] + 6.02\text{dB} = -19.14\text{dB}$ , und damit höher **angezeigt**, als der entspr. Ohm'sche Widerstand. Deshalb also getrennte Berechnungsformeln für **reelle und reine Blindelemente!**





Schirmbild mit horizontalen und vertikalen Cursern bei der Frequenz 5.495MHz und Dämpfungsanzeige  $-20\text{dB}$  bei  $1350\ \Omega$  reell und  $-19.2\text{dB}$  bei  $-j1350\ \Omega$  in einem  $75\ \Omega$  – System

## 7. Verwendete mathematische Grundlagen

Die Dämpfungen werden bekanntlich im logarithmischen Maßstab dB angegeben. Die Umrechnung erfolgt so:

Für  $D=20\log U_2/U_1$  dB lautet die Umkehrung  $U_2/U_1=10^{D/20}$

Wenn reelle und reaktive Impedanzen A und jB einen Spannungsteiler bilden, müssen A und jB quadratisch addiert werden, um die Gesamtimpedanz zu berechnen.  $Z_{\text{ges}} = \text{SQR}(A^2 + |jB|^2)$

Das Verhältnis der an jB anliegende Teilspannung  $U \cdot jB/Z_{\text{ges}}$  zur Quellspannung U kann auch logarithmisch mit

$C=20\log(B/|Z_{\text{ges}}|) = -20\log[\text{SQR}(1+A^2/B^2)]$  angegeben werden.

Die Umkehrung lautet dann  $(1+A^2/B^2)=10^{C/10}$

Daraus kann dann durch Umstellung A bestimmt werden:

$$A = B \cdot \text{SQR}(10^{C/10} - 1)$$

13.01.09

4.03.08 W. Wehr

